

پیل : ۱ جلد : ۱

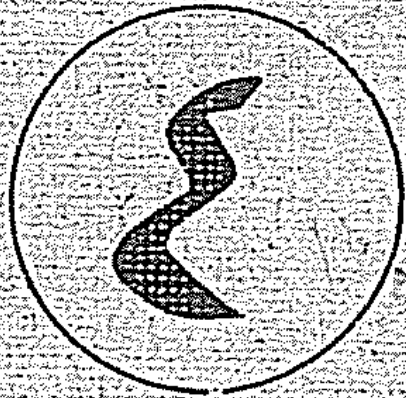
شباط ، ۱۳۲۹

سال مجوعه بیست و یکم

خالد

آیده بر چیتار

مدیر : جلال ساهر

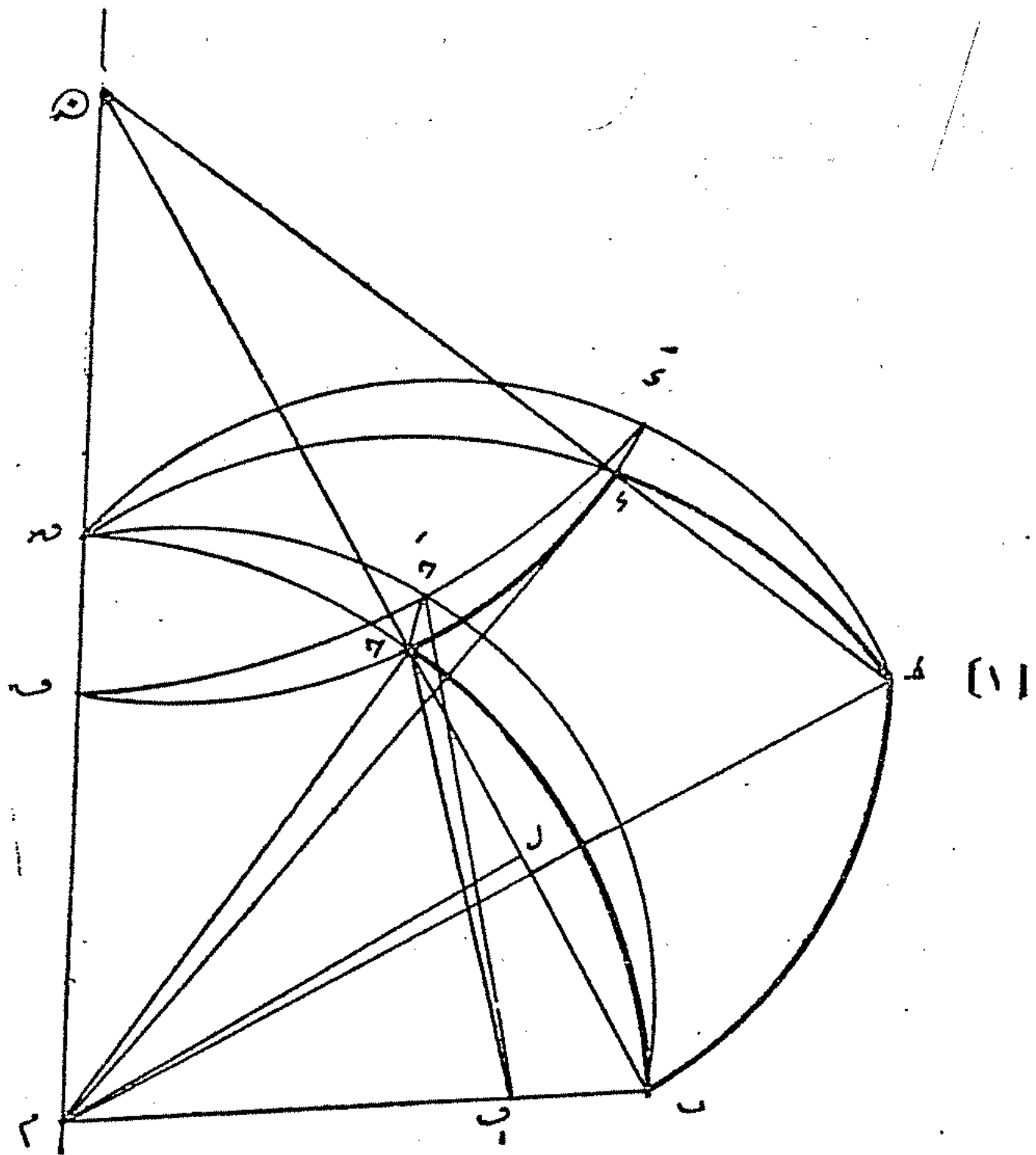


فیشانی : بش غروش

میخائیک ریاضی

بر کره اوزرینه ضلعاری کره نك دائره عظیمه قوسلرندن عبارت
اولق اوزره دورت ضلع معلوم ایله سطحی اعظمی بر
ذو اربعة الاضلاع رسم ایتمک.

حلی — شکله کورولدیکی اوزره کره نك مرکزی م ، نصف قطری سهولت ایچون واحده مساوی اولق اوزره م ب و ذوا ربعة الاضلاع ده ب 7 ، ه اولسون . بوراده ب 7 ، 7 ، 7 ، ه ، ه ب طوللری معلوم و هریری کره نك دائرة عظیمه قوسلرندن عبارتدر . ب ، ه رأسلرینی ثابت فرض ایله شکل



(۱) شکلده ۶ ف ، ۶ ف قوسلری یرینه مستقیم ناظملر اولاجقدره

مذكورى اصغر نامتناهى بر مقدارده تغير ايدەلم . بو اصغر نامتناهى تغير
شكل : ب ۷ د ۷ ه ۷ اولسون . بالطبع ب ۷ ضلعى ب نقطهسى اطرافنده و ه ۷
ضلعى د ه نقطهسى اطرافنده دورايدەرك ب ۷ د ۷ ه ۷ شكلنى اكتساب ايدەدلىر .
ذو اربعة الاضلاع مباحوث اعظمى اولق ايچون بو ايكي سطحى يكدىكرينه
مساوى قيلمق لازم كلهجكى آشكاردور .

بر كروى شكل كره اوزرندە حركتى كره نك مركزندن كچن موقت بر
محور دوران اطرافنده حاصل اولاجنى معلوم اولديغندن ۷ د ۷ ضلعنك ۷ د ۷
وضعيتته كلهسى ايچون بو ضلعنك ايكي نهايتلرينك محركرى اولان ۷ د ۷ ، ۷ د ۷
جزؤلرينه برر ناظم رسم ايله مذكور محور كره اوزرندەكى موقعى بولونور .
بونك ايچون ب ۷ د ۷ ه ۷ ضلعلى متناظراً ۷ د ۷ ، ۷ د ۷ محركلرينه ناظم
اولدقلىرى بوقوسلرك استقامت اوزره اخراجيله حاصل اولان ۷ د ۷ نقطهسى م ۷
محور دوراننك كره اوزرندەكى فصل مشتركى اولش اولور . ۷ د ۷ ، ۷ د ۷
نقطه لرندن بردائرة عظيمه قوسى ۷ د ۷ ، ۷ د ۷ نقطه لرندن بردائرة عظيمه قوسى
كچريلدكده بونلر متناظراً ۷ د ۷ ، ۷ د ۷ قوسلرينك تغير شكلدهكى وضعيتلىرى
اولاجنى آشكاردور . سطح مفروضك اعظمى اولاييلمەسى ايچون :

$$\text{سطح } ۷ د ۷ = \text{سطح } ۷ ه ۷$$

اولماسى لازم كلهجكى شكلك مطالعه سندن آكلاشيلير . بناءً عليه بوراده ۷ د ۷ ، ۷ د ۷
دلم كره ليله ۷ د ۷ ، ۷ د ۷ ه ۷ دلم كره لرينك سطحلرينى حساب وايكيشر
ايكيشر مجموعلرينى يكدىكرينه مساوى قيلمق لازم كليز .

اولاً ۷ د ۷ دلم كره سنى حساب ايدەلم : بونك ۷ د ۷ رأسندهكى زاويه سنى .
هاله ايله كوسترهلم . ۷ د ۷ قوسى ، ۷ د ۷ نصف قطر كرويسى ايله رسم ايديلن بر
دائرة نك اوزرندە بولونوب بودائرة نك مركزى ۷ د ۷ ، ۷ د ۷ نقطه لرندن م ۷ موقت
محور دوراننه تنزىل ايديلن ۷ د ۷ ، ۷ د ۷ ف ناظملرينك ف تقاطع نقطه لرندن
عبارت اولاجنى معلومدر .

بوراده حاصل اولان ۷ د ۷ زاويه سى ۷ د ۷ زاويه سنى يعنى هاله مقدارينه
مساويدر . ۷ د ۷ دلم كره سى ، قطب نقطه سى ۷ د ۷ ، وقاعده سى ۷ د ۷ قوسى .

حاوى اولان دائىرىنىڭ حاصل ايتىدىكى منطقه كره داخلندە اولوب بومنتقه كرهنىڭ ارتقاعى دە ω ف طولندىن عبارتدر. بورادە قوس γ $\omega = \text{حه}$ فرض ايدىلىرسە: $\omega = \text{ف} - \text{م} = \text{ف} - ۱$ — محب حه اولور. مذكور منطقه كره سطحى دە: $\pi ۲ \text{س} \times \omega = \pi ۲ (۱ - \text{محب } \text{حه})$ اولور.

$\omega \gamma \gamma$ دلم كرهسى ايسە: $(۱ - \text{محب } \text{حه})$ هااە اولماسى لازم كلير.

$\gamma \gamma$ محر كنه ب نقطهسى قطب اعتباريله وب γ نصف قطر كرهسىلە رسم ايدىلىش بر جزؤ قوس نظريە دە باقىلايىلوب بوجزؤ قوسە عائد دائىرىنىڭ مركزى بوفرضياتە كوره م ب موقت محور دوراننە γ ، γ نقطه لرندىن تنزىل ايدىلن γ ، γ ف عمودلرينىڭ ف تقاطع نقطهسى اولمش اولور. عىنى ملاحظات يوروتولەرك $\gamma \gamma$ زاويهسى γ ف زاويه سە مساويدر. بوزاويه دە هااە ايله وب γ قوسى دە حه ايله كوستريەرك ب $\gamma \gamma$ دلم كره سنىڭ سطحى دە:

$$(۱ - \text{محب } \text{حه}) \text{ هااە}$$

اولمش اولور.

$$\gamma \gamma = \gamma \text{ ف} \times \text{هااە} = \gamma \text{ ف} . \text{هااە} \quad \text{اولديغىندىن بورادندە:}$$

$$\text{محب } \text{حه} . \text{هااە} = \text{محب } \text{حه} . \text{هااە} \quad \text{بولونوب}$$

$$\text{هااە} = \frac{\text{محب } \text{حه}}{\text{محب } \text{حه}} . \text{هااە} \quad \text{مناسبتى تأسيس ايدىلەرك:}$$

$$\text{سطح } \gamma \text{ ف} = (۱ - \text{محب } \text{حه}) \text{ هااە} + (۱ - \text{محب } \text{حه}) \frac{\text{محب } \text{حه}}{\text{هااە}}$$

بولونور.

قوس $\text{ه} = \text{ه}$ ، قوس $\text{ه} = \text{ه}$ فرض ايدىلەجك اولورسە ه و ه زاويه دورانى بالطبع هااە مقدارينە و ه زاويه دورانى دە:

$$\frac{\text{حب مه}}{\text{حب مه}} \cdot \text{هاه}$$

مقدارينه مساوى اولاجىدىن عبنى ملاحظات يوروتولهرك :

$$\text{سطح هوه و} = (1 - \text{حب مه}) \cdot \text{هاه} + (1 - \text{حب مه}) \cdot \frac{\text{حب مه}}{\text{هاه}}$$

بولوناجنى طيعيدر. اعظميت شرطى ايچون ب 7 و 7 ، هوه و سطحلرى مساوى اولماسى لازم كلمكه هاه مشترك مضروبى ترك ايديلهرك :

$$(1 - \text{حب حه}) + (1 - \text{حب حه}) \cdot \frac{\text{حب حه}}{\text{حب حه}} = (1 - \text{حب مه}) +$$

$$(1 - \text{حب مه}) \cdot \frac{\text{حب مه}}{\text{حب مه}}$$

$$1 - \text{حب حه} = 2 \cdot \text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه}$$

$$\text{حب حه} = 2 \cdot \text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه} \cdot \text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه}$$

$$1 - \text{حب مه} = 2 \cdot \text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه}$$

$$\text{حب مه} = 2 \cdot \text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه} \cdot \text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه}$$

اولدقلرتدن محللرينه وضع وبالاصلاح :

$$\text{حب حه} - \frac{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه}}{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه}} = \text{حب حه} - \text{حب مه} - \frac{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه}}{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه}} \text{ وبورادن:}$$

$$\frac{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه}}{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ حه}} = \frac{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه}}{\text{حب} \frac{1}{4} \text{ مه}}$$

مناسبتلرى ظهور ايدر .

ب 7 وترى م ۵ محوري ۵ نقطه سنده قطع ايدنجه به قدار تمديد ايديلهرك

م مرکزندن ده مذکور وتره مل عمودی تزیل ایدیلیرسه بو عمود ۶ م ب = حه
زاویه سنی تنصیف ایدهر .

بناءً علیه : و م ل = حه + $\frac{1}{4}$ حه و :

$$م = \frac{م ل}{مح (ح + \frac{1}{4} ح)} = \frac{مح \frac{1}{4} ح}{مح (ح + \frac{1}{4} ح)}$$

اولاجنی شکلک مطالعه سندن آکلاشیلاجنی کبی عینی وجهله ه و وتری ده م و
محورینی م مرکزندن :

$$\frac{مح \frac{1}{4} مه}{مح (مه + \frac{1}{4} مه)}$$

مقدارینه مساوی بر بعده قطع ایدهر .

بو طوللرایسه یوقاریده کی مساواتده یکدیگرینک عینی اولدیغندن ب ۶ ، ه و
وترلری م و موقت محور دوراتی عینی بر ۵ نقطه سنده قطع ایدهر جکلی
وبناءً علیه ب ، ۶ ، ۷ ، ه نقطه لرینک بر مستویده بولونمالری لازم کله جکی
آکلاشیلیر .

بو حالده :

« ب ۶ ، ه و ذواربعة الاضلاعی بر دائره داخلنده مرسوم اولابیلوب بو
دورت نقطه کره ایله دائره نك فصل مشترکلی اوزرنده واقع اولورلر . »
نتیجه سی ظهور ایدهر . بومسئله بی بر مضلع کروی یه توسیع ایتک صوکره عینی
دورمه اعظمی سطحی آنجاقد مذکور دائره نك حاوی اولاجنی استتاج
ایتک ممکن اولور .

دورت ضلعی معلوم اولان ذواربعة الاضلاع کروینک کره اوزرینه ترسیم ،
مستویده اولان اعظمی ذواربعة الاضلاعک ترسیمه ارجاع ایدیله بیلیر .

فى الحقيقه معلوم اولان ضلع كرويلر اعانه سيله بونلره عاىد وترلر حساب ايديلهرك بو وترلر ذو اربعة الاضلاع كروينك بولوندىغى دائره اوزرندە بولونا- جغدن مذكور وترلر اعانه سيله و (پتوله مه Ptolémé) دعواسيله مذكور دائره نك قطرى حساب ايديله بيلور . بو دائره نك نصف قطر كرويسى كره نك اشبو دائره قطرينه عاىد دائره عظيمه قوسنك نصفه عاىد وتردن عبارت اوله جغى معلومدر .

بومسئله نك مستوى يه عاىد شكلى كره يه عاىد اولان شكلك بر حال خصوصيسى اولدىغى آتيده كى ملاحظات ايله آكلاشيلير .

فى الحقيقه بو كره نك نصف قطرى اولان س مقدارى واحد فرض ايدىليوب ده نامتناهى فرض ايديلير و : حه ، مه ، حه ، مه يرينه ده عيى ۷ ، ۷ ، ۷ ، ۷ ، ۷ ، ۷ ، ۷ ، ۷ طوللرينى كوستره بيلمك ايجون متناظراً :

$$\frac{حە}{س} ، \frac{مه}{س} ، \frac{حە}{س} ، \frac{مه}{س}$$

مقدارلرى وضع ايله يوقاريده كى اعظمى معادله سى :

$$\frac{حە}{س} - \frac{مه}{س} = \frac{حە}{س} - \frac{مه}{س} \quad \frac{حە}{س} - \frac{مه}{س} = \frac{حە}{س} - \frac{مه}{س}$$

شكله منقلب اولور . بو دستورده س نصف قطرى نامتناهى اولدىغى حالده : $\frac{حە}{س}$ ، $\frac{مه}{س}$ ، ... زاويه لرى اصغر نامتناهى اولورلر .

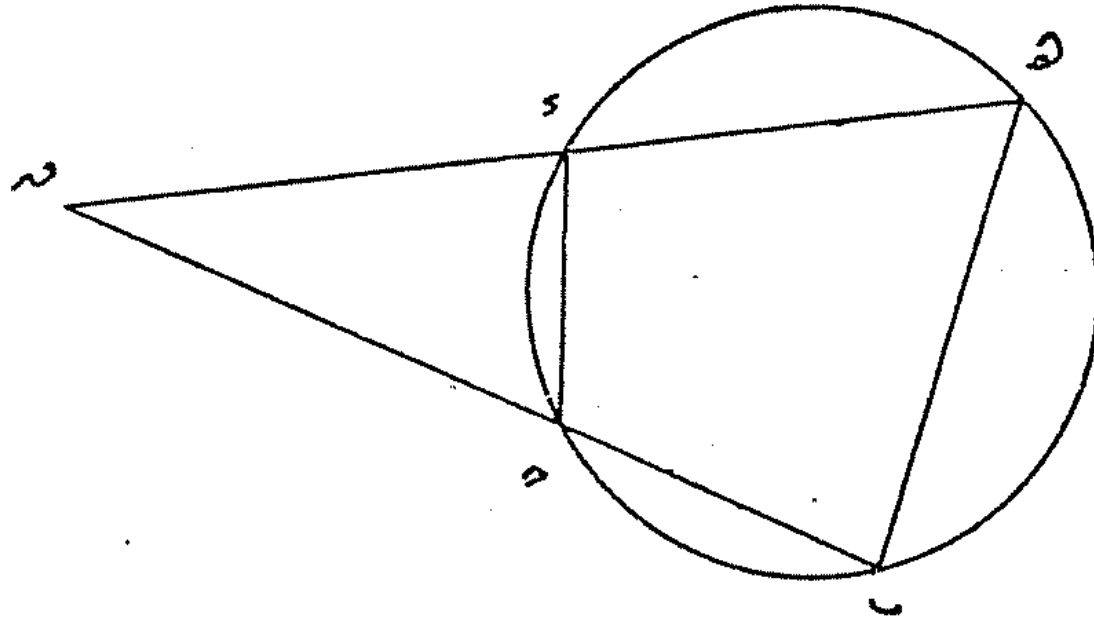
س نامتناهى اولديغنه كوره يوقاريكى مساواتده جيب و مماسلر يرينه قوسلرى و تحيب يرينه ماقلورن سلسله سنه توسيع ايله ايكنجى مرتبه حدلرينه قادار آليناق مذكور مساوات :

$$1 - \frac{حە^۲}{س^۲} = 1 - \frac{مه^۲}{س^۲} = 1 - \frac{حە^۲}{س^۲} = 1 - \frac{مه^۲}{س^۲}$$

وبالاصلاح : $حە (حە + حە) = مە (مە + مە)$ اولوب بونلر يريته مساويلرى

وضع ايدىلد كده :

$$۷۷ \times ۷۷ = ۷۷ \times ۷۷$$



ظهور ايدەر که بومعادله ۷، ب، س، ه نقطه لرینک برداثره اوزرتده بولونماسى لازم کلدیکنى کوستیر .

الم

